

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 28.06.2022

Parte I - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soliti fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

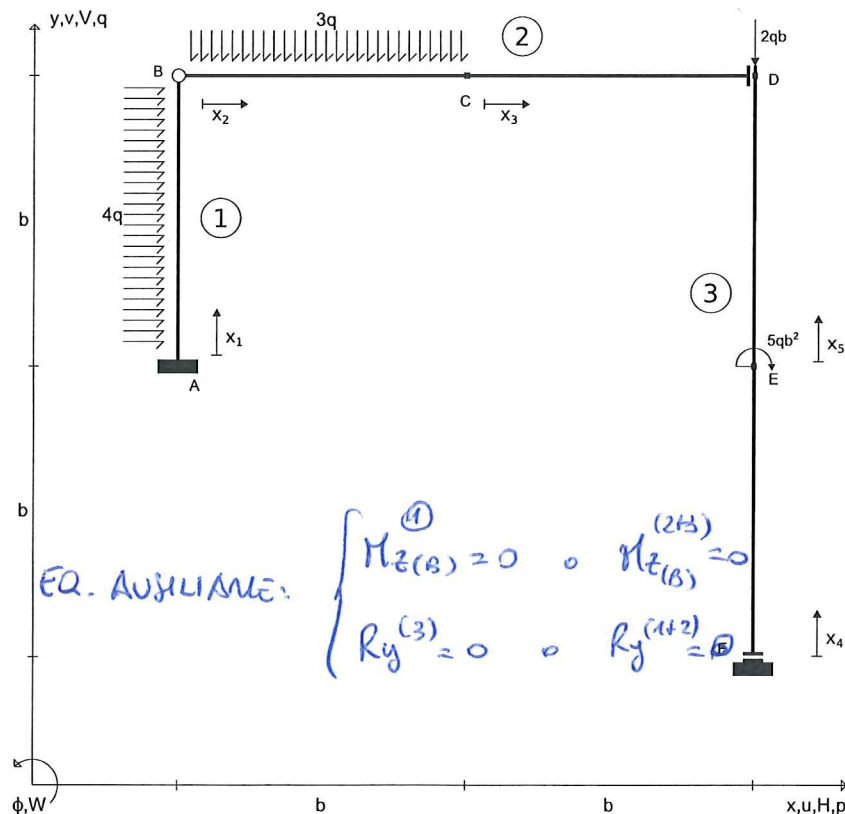
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.06.22*001



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

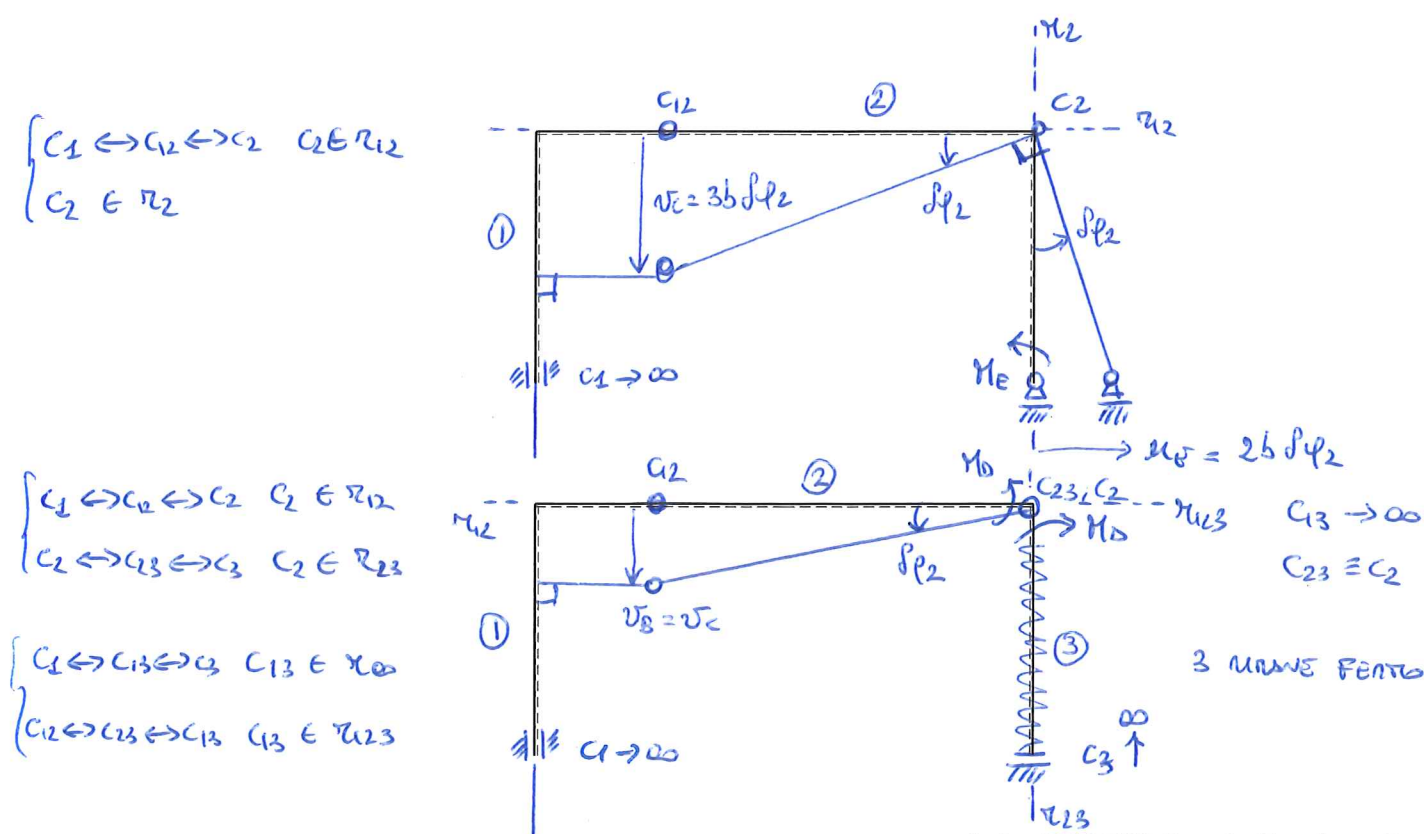
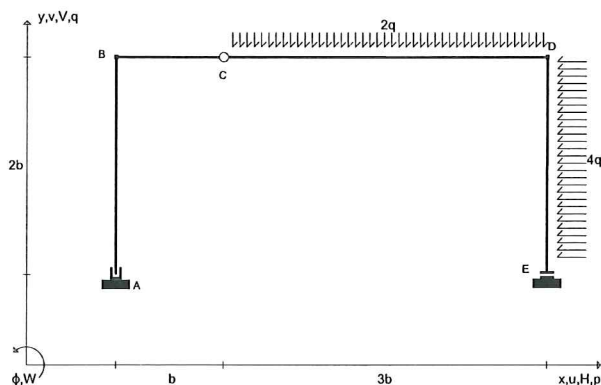
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.06.22*004



$$M_E(\hat{\sigma}) = \dots -9b^2 \dots; C_1 = (\dots 0, 0 \dots); C_2 = (\dots 4b, 2b \dots); C_{12} = (\dots 6, 2b \dots);$$

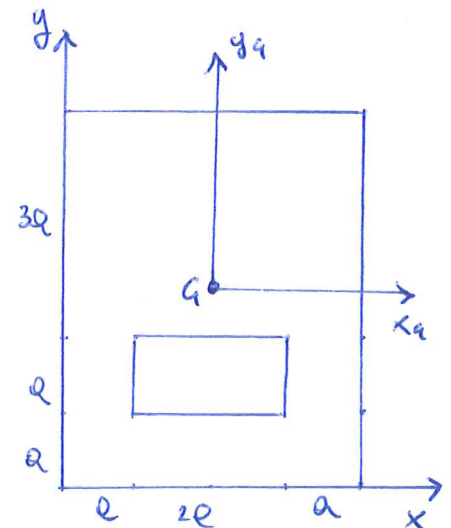
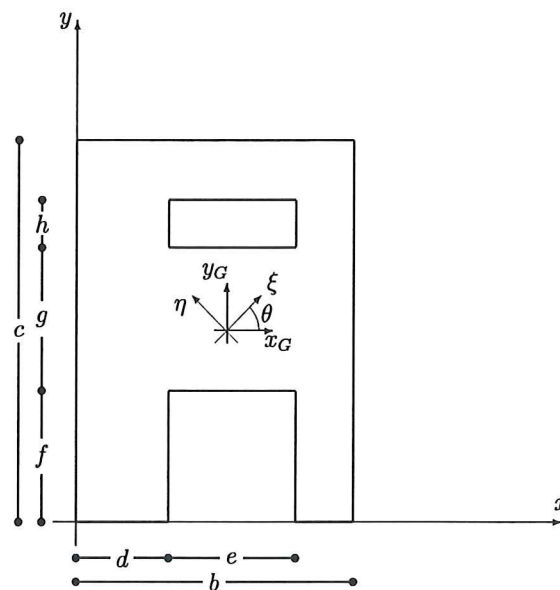
$$v_C = \dots -36842 \dots; u_E = \dots 25842 \dots;$$

$$M_D(\hat{\sigma}) = \dots -99b^2 \dots; v_B = \dots -36842 \dots; u_D = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



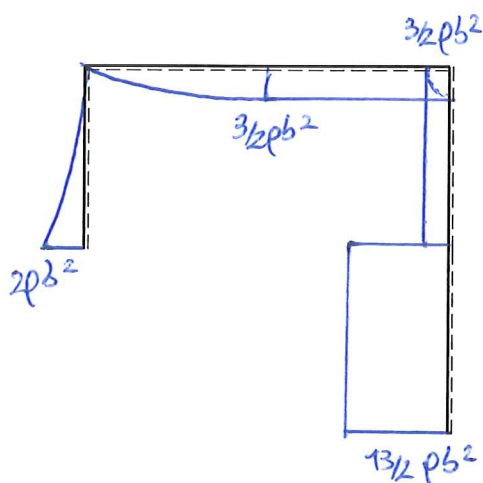
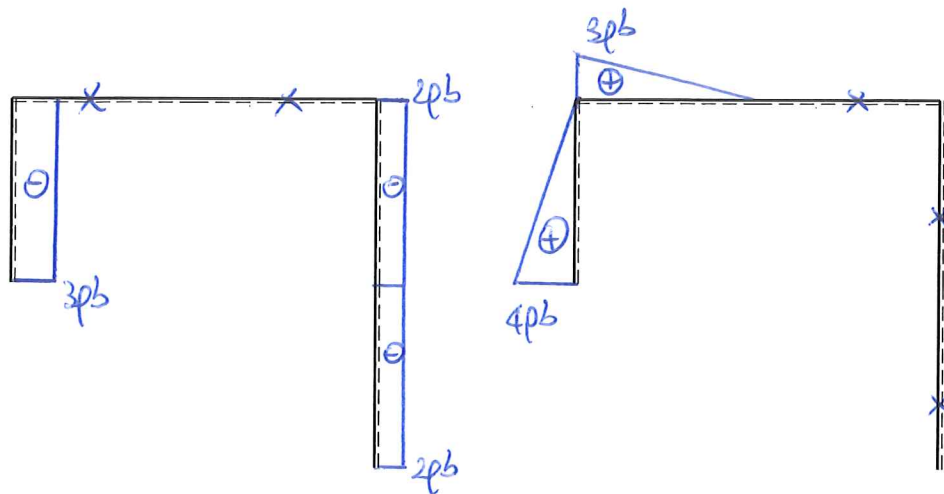
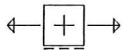
$$S_x = \dots 47a^3 \dots; S_y = \dots 36a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 2a \dots; y_G = \dots 47/18 a = 2,611a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 707/18 a^4 = 39,277a^4 \dots; J_{yG} = \dots 26a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \quad (\theta = 0^\circ) \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots y_{xg} = 707/18 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots y_{yg} = 26a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -4qb; & V_A (\uparrow) &= 3qb; & M_A (\curvearrowright) &= 2qb^2; & V_F (\uparrow) &= 2qb; & M_F (\curvearrowright) &= 13/2 qb^2; \\
 N_{AB} &= -3qb; & T_{AB} &= 4qb - 4qx_1; & M_{AB} &= -2qb^2 + 4qb x_1 - 2qx_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= 3qb - 3qx_2; & M_{BC} &= 3qx_2 - 3/2 qx_2^2; \\
 N_{CD} &= //; & T_{CD} &= //; & M_{CD} &= 3/2 qb^2; \\
 N_{ED} &= -2qb; & T_{ED} &= //; & M_{ED} &= -3/2 qb^2; \\
 N_{FE} &= -2qb; & T_{FE} &= //; & M_{FE} &= -13/2 qb^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 28.06.2022

Parte I - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

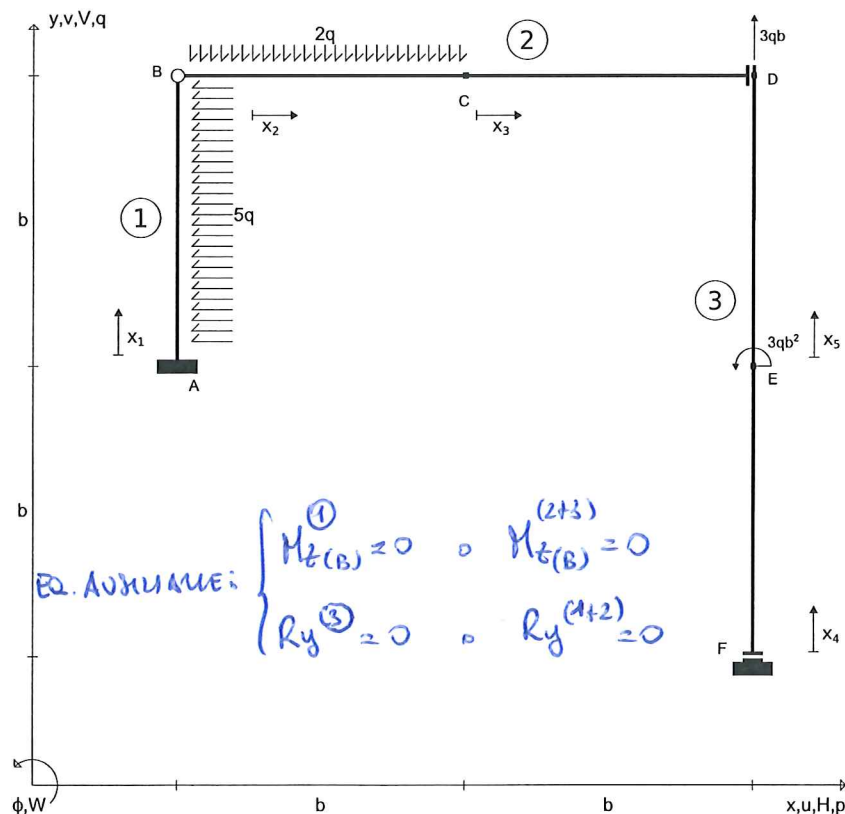
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.06.22*002



Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

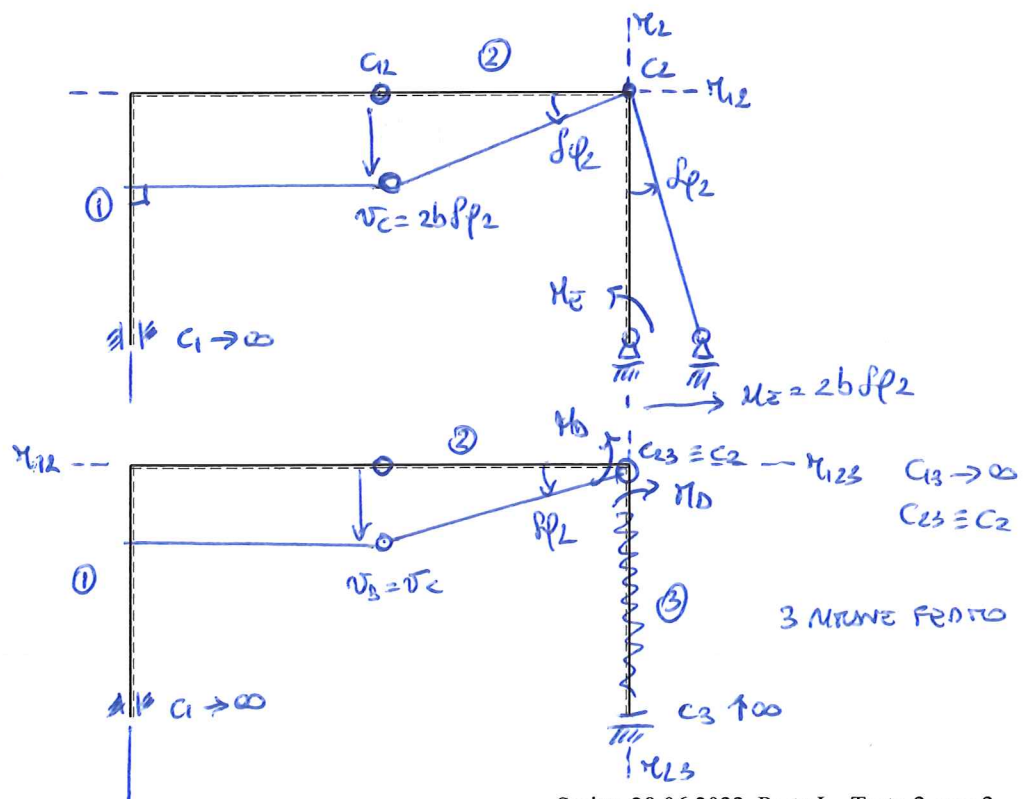
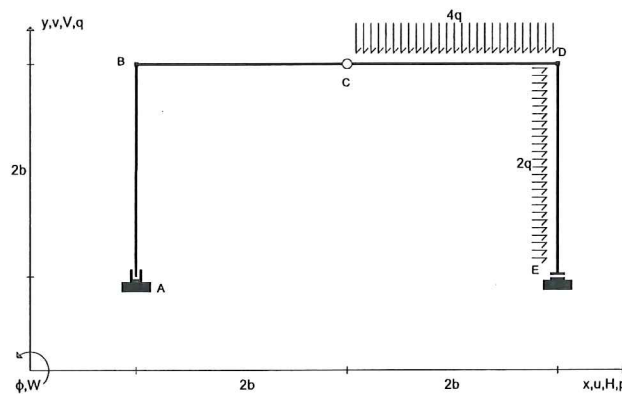
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_E(\hat{\varphi}) = -1296^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (46, 26); C_{12} = (26, 26);$$

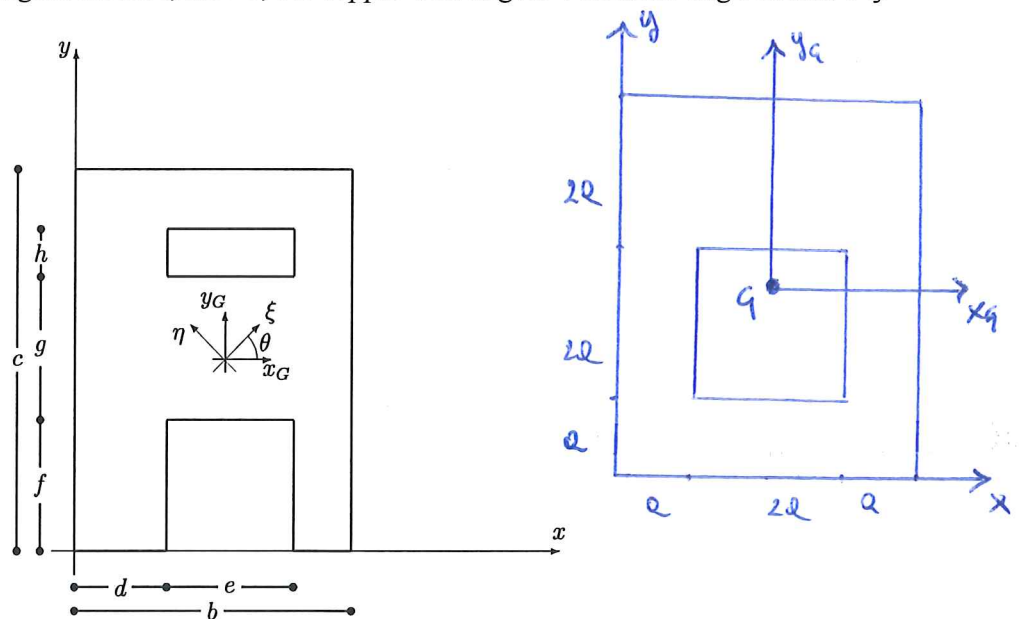
$$v_C = -268p_2; u_E = 268p_2;$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -896^2; v_B = -268p_2; u_D = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



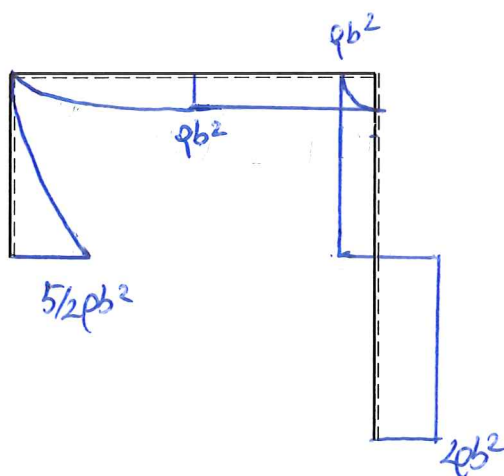
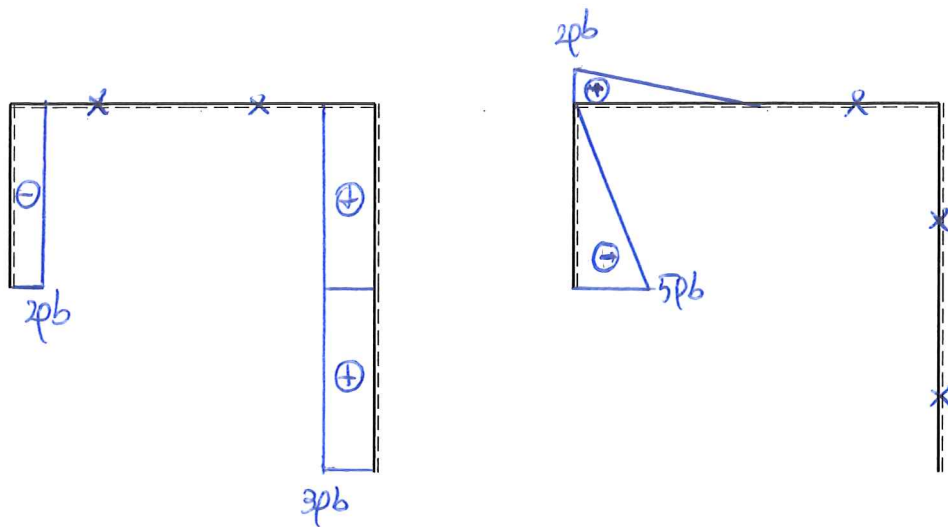
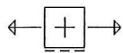
$$S_x = 42a^3; S_y = 32a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 21/8 a = 2,625a;$$

$$J_{xG} = 469/12 a^4 = 39,083a^4; J_{yG} = 76/3 a^4 = 25,333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 469/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 76/3 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 5qb; & V_A (\uparrow) &= 2pb; & M_A (\curvearrowright) &= -\frac{5}{2}qb^2; & V_F (\uparrow) &= -3qb; & M_F (\curvearrowright) &= -2qb^2; \\
 N_{AB} &= -2qb; & T_{AB} &= -5qb + 5q \times 1; & M_{AB} &= \frac{5}{2}qb^2 - 5qb \times 1 + \frac{5}{2}q \times 1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= 2pb - 2q \times 2; & M_{BC} &= 2qb \times 2 - q \times 2^2; \\
 N_{CD} &= //; & T_{CD} &= =; & M_{CD} &= qb^2; \\
 N_{ED} &= 3pb; & T_{ED} &= =; & M_{ED} &= -qb^2; \\
 N_{FE} &= 3pb; & T_{FE} &= =; & M_{FE} &= 2qb^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 28.06.2022

Parte I - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

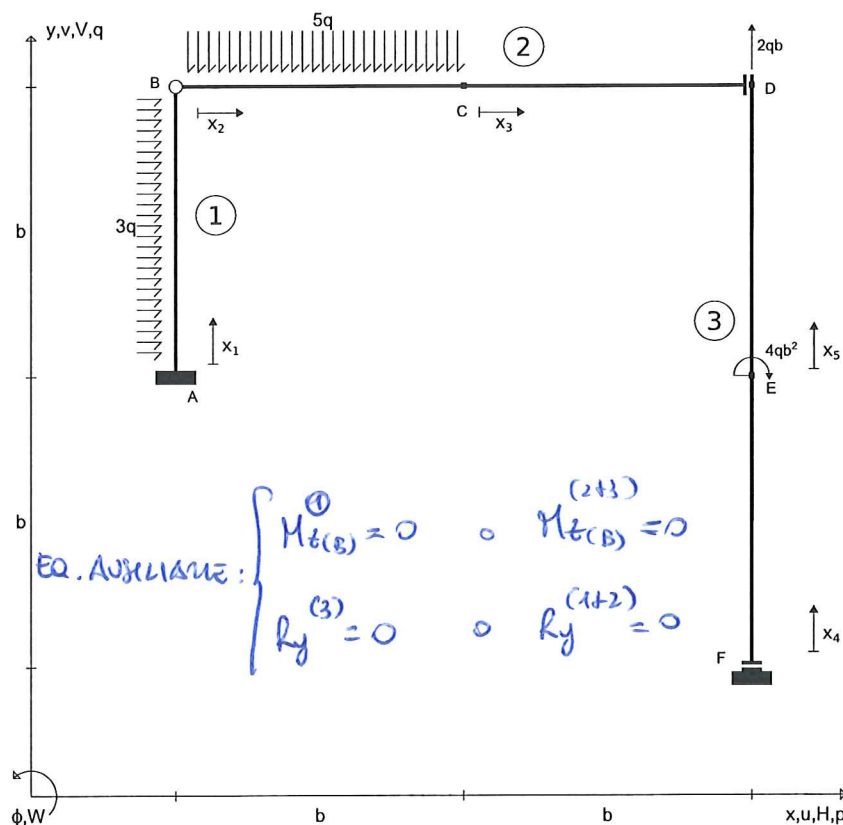
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 28.06.22*003



Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

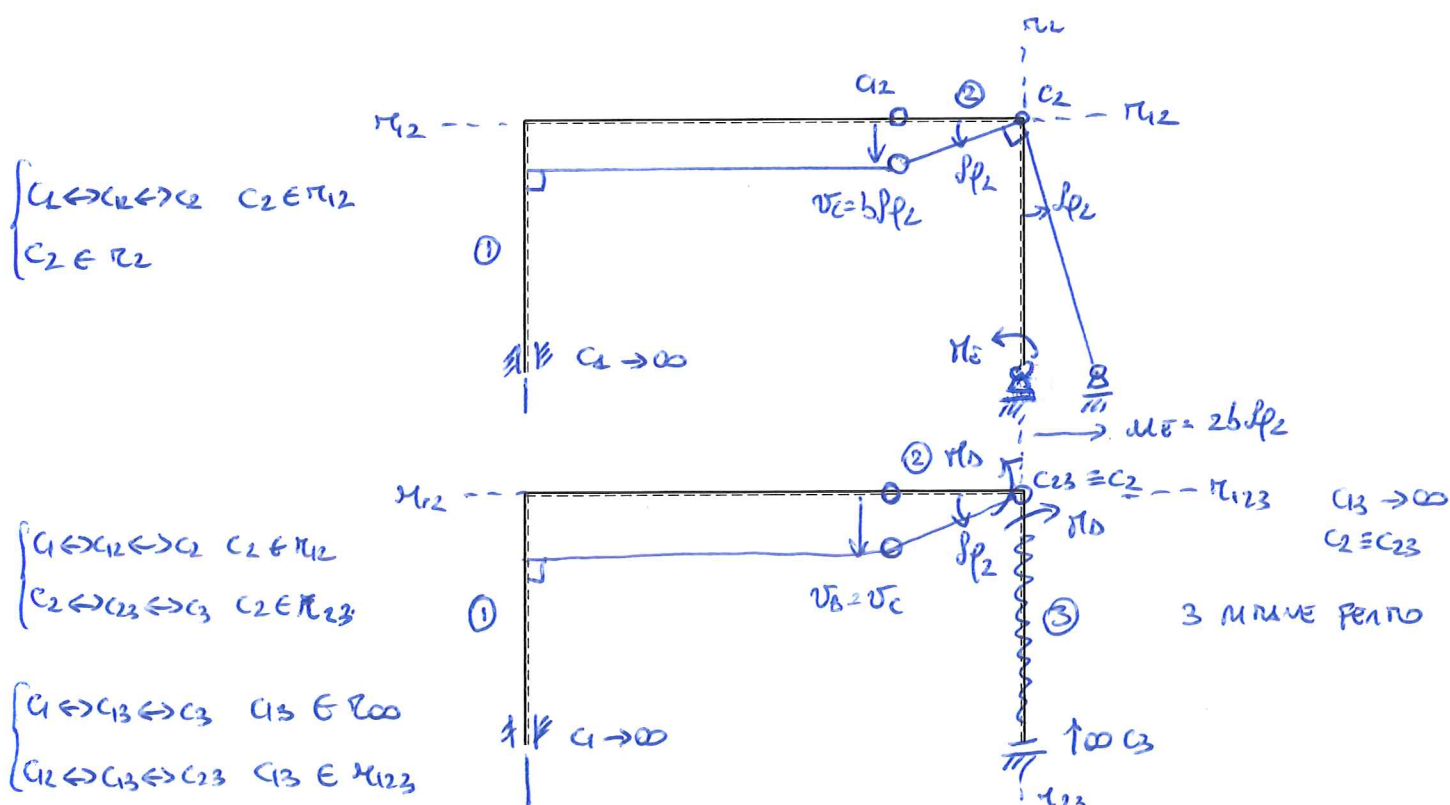
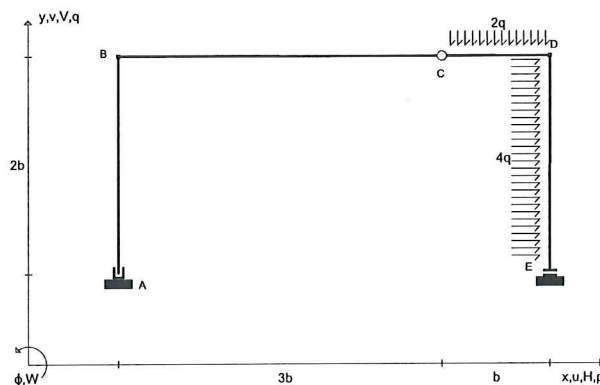
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto E , u_E .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto B , v_B , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_E(\hat{\varphi}) = -995z; C_1 = (0, 0); C_2 = (4b, 2b); C_{12} = (3b, 2b);$$

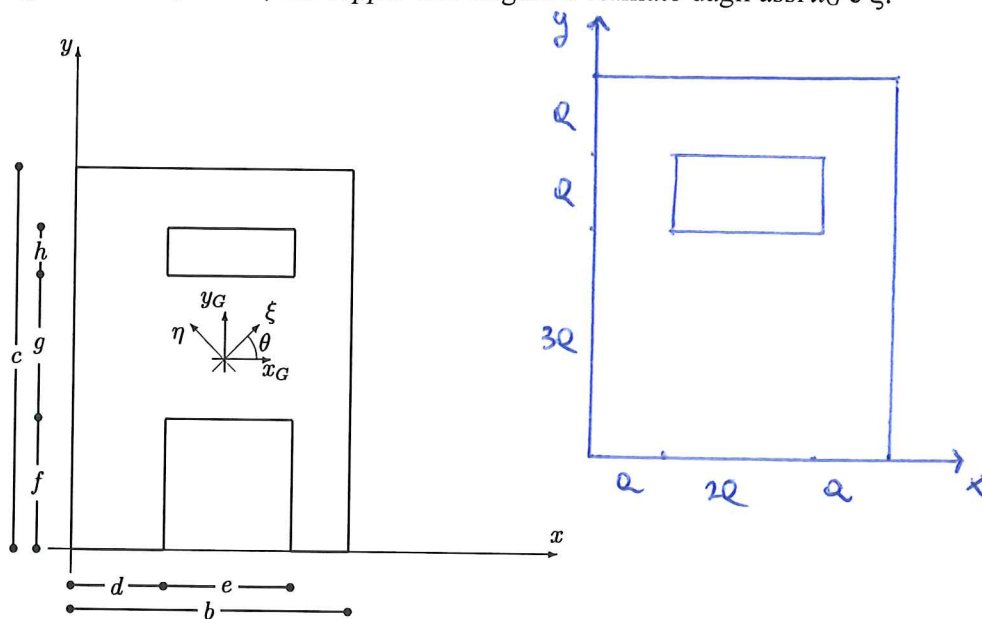
$$v_C = -68p_2; u_E = 26p_2;$$

$$M_D(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -9b^2; v_B = -68p_2; u_D = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 3a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



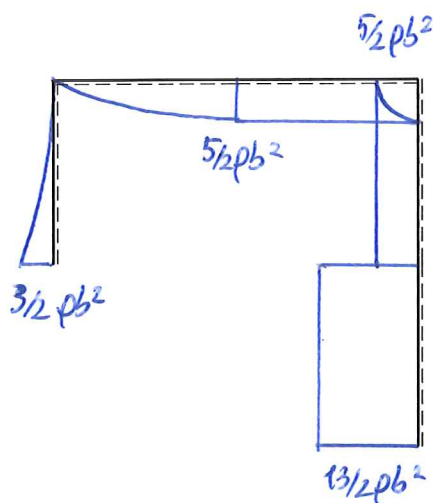
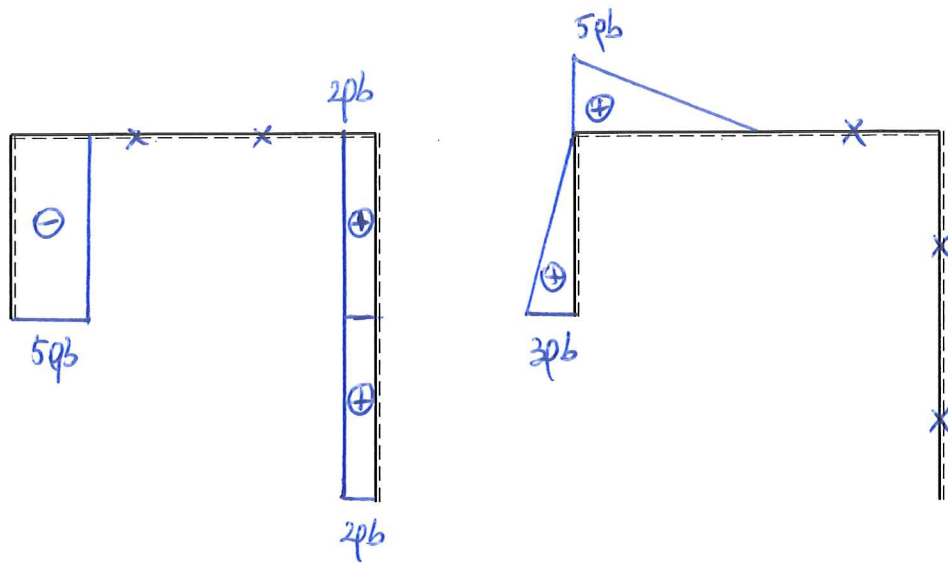
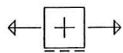
$$S_x = 43a^3; S_y = 36a^3;$$

$$x_G = 2a; y_G = 43/18 a = 2.388a;$$

$$J_{xG} = 707/18 a^4 = 39.277a^4; J_{yG} = 26a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = 704/18 a^4; J_\eta = J_{\min} = 26a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -3qb; & V_A (\uparrow) &= 5qb; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{3}{2}qb^2; & V_F (\uparrow) &= -2qb; & M_F (\curvearrowright) &= \frac{13}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= -5qb; & T_{AB} &= 3qb - 3q \times 1; & M_{AB} &= -\frac{3}{2}qb^2 + 3qb \times 1 - \frac{3}{2}q \times 1^2; \\
 N_{BC} &= =; & T_{BC} &= 5qb - 5q \times 2; & M_{BC} &= 5qb \times 2 - \frac{5}{2}q \times 2^2; \\
 N_{CD} &= =; & T_{CD} &= =; & M_{CD} &= \frac{5}{2}qb^2; \\
 N_{ED} &= 2qb; & T_{ED} &= =; & M_{ED} &= -\frac{5}{2}qb^2; \\
 N_{FE} &= 2qb; & T_{FE} &= =; & M_{FE} &= -\frac{13}{2}qb^2;
 \end{aligned}$$